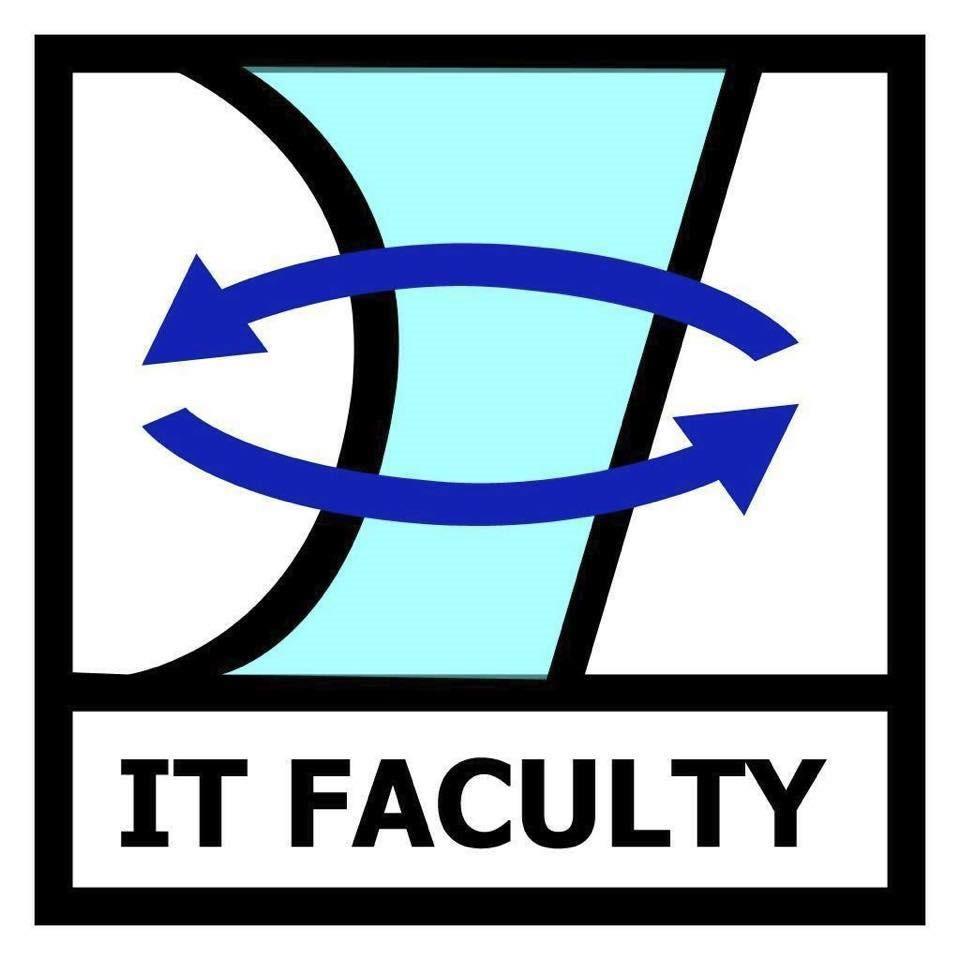
ĐẠI HỌC ĐÀ NẴNG

TRƯỜNG ĐẠI HỌC BÁCH KHOA

KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN

Tel. (+84.0236) 3736949, Fax. (84-511) 3842771

Website: http://dut.udn.vn/khoacntt, E-mail: cntt@dut.udn.vn



BÁO CÁO MÔN HỌC

Lập Trình Tính Toán

ĐỀ TÀI :

Nội suy đường cong spline

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Họ tên sinh viên** | **Mã sinh viên** | **Nhóm HP** |
| Bùi Hoàng Tài | 102240394 | 99B |
| Lê Hoàng Tín | 102240403 | 99B |
| Hà Văn Việt | 102240421 | 99B |

CBHD : Nguyễn Tấn Khôi

Đà nẵng, ngày 03 tháng 05 năm 2025

MỤC LỤC

[CHƯƠNG 1: CƠ SỞ LÝ THUYẾT 4](#_Toc200284677)

[1.1. Khái niệm: 4](#_Toc200284678)

[1.1.1. Các loại spline phổ biến 4](#_Toc200284679)

[1.1.2. Nội suy Spline bậc ba (Cubic Spline Interpolation) 6](#_Toc200284680)

[1.2. Phát biểu bài toán 9](#_Toc200284681)

[1.3. Kết chương 10](#_Toc200284682)

[CHƯƠNG 2: PHÂN TÍCH THIẾT KẾ HỆ THỐNG 11](#_Toc200284683)

[2.1. PHÂN TÍCH HIỆN TRẠNG 11](#_Toc200284684)

[2.2. PHÂN TÍCH CHỨC NĂNG 12](#_Toc200284685)

[2.2.1. Đối tượng sử dụng 12](#_Toc200284686)

[2.2.2. Đọc dữ liệu đầu vào 12](#_Toc200284687)

[2.2.3. Giải hệ ba đường chéo 12](#_Toc200284688)

[2.2.4. Tính giá trị nội suy 12](#_Toc200284689)

[2.2.5. Công nghệ sử dụng 13](#_Toc200284690)

[2.3. THIẾT KẾ CƠ SỞ DỮ LIỆU 13](#_Toc200284691)

[2.3.1. Sơ đồ tổng thể 13](#_Toc200284692)

[2.3.2. Table01 – Dữ liệu đầu vào (spline\_data.csv) 13](#_Toc200284693)

[2.3.3. Table02 – Điểm cần nội suy (query\_points.csv) 13](#_Toc200284694)

[2.3.4. Table03 – Dữ liệu đầu ra (output.csv) 13](#_Toc200284695)

[2.4. XÂY DỰNG CHƯƠNG TRÌNH 14](#_Toc200284696)

[2.4.1. Giải hệ phương trình 3 đường chéo: 14](#_Toc200284697)

[2.4.2. Tính toán hệ số spline bậc 3: 19](#_Toc200284698)

[2.4.3. Nội suy giá trị tại một điểm : 23](#_Toc200284699)



[2.4.4. Hàm main 25](#_Toc200284700)

[2.5. Kết chương 26](#_Toc200284701)

[CHƯƠNG 3: TRIỂN KHAI VÀ ĐÁNH GIÁ KẾT QUẢ 28](#_Toc200284702)

[3.1. MÔ HÌNH TRIỂN KHAI 28](#_Toc200284703)

[3.1.1. Môi trường triển khai 28](#_Toc200284704)

[3.1.2. Các công cụ sử dụng 28](#_Toc200284705)

[3.2. KẾT QUẢ THỰC NGHIỆM 01 28](#_Toc200284706)

[3.2.1. Thu thập dữ liệu thời tiết: 28](#_Toc200284707)

[3.2.2. Nhập và hiển thị dữ liệu thời tiết 29](#_Toc200284708)

[3.2.3. Nhận xét đánh giá kết quả 30](#_Toc200284709)

[3.3. KẾT QUẢ THỰC NGHIỆM 02 31](#_Toc200284710)

[3.3.1. Thu thập dữ liệu chuyển động robot: 31](#_Toc200284711)

[3.3.2. Nhập và Hiển thị Dữ liệu Chuyển Động Robot 32](#_Toc200284712)

[3.3.3. Nhận xét đánh giá kết quả 34](#_Toc200284713)

[3.4. Kết chương 35](#_Toc200284714)

DANH SÁCH HÌNH ẢNH

[Hình 2.1 14](#_Toc200047037)

[Hình 2.2 17](#_Toc200047038)

[Hình 2.3 17](#_Toc200047039)

[Hình 3.1 29](#_Toc200047040)

[Hình 3.2 32](#_Toc200047041)

BẢNG PHÂN CÔNG CÔNG VIỆC

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| TT | Công việc | Người thực hiện |
| 1 | Tìm kiềm nội dung, làm file báo cáo, làm source code. | Bùi Hoàng Tài |
| 2 | Tìm kiếm nội dung, làm PowerPoint, tìm kiếm các bộ dữ liệu, làm source code. | Lê Hoàng Tín |
| 3 | Tìm kiếm nội dung, làm file hướng dẫn cài đặt, làm source code. | Hà Văn Việt |

MỞ ĐẦU

1. Tổng quan về đề tài

Phần này trình bày tổng quan, tính cấp thiết của đề tài, các vấn đề quan trọng cần giải quyết.

Trong bối cảnh ngày càng gia tăng nhu cầu mô hình hóa và xử lý dữ liệu thực nghiệm trong các lĩnh vực như kỹ thuật, khoa học máy tính, đồ họa, và điều khiển tự động, việc tái tạo các đường cong từ tập hợp các điểm dữ liệu rời rạc trở nên đặc biệt quan trọng. Những dữ liệu này thường được thu thập từ cảm biến (nhiệt độ, độ ẩm, vị trí…), thí nghiệm, hoặc hệ thống đo lường theo thời gian.

Tuy nhiên, các phương pháp nội suy đơn giản như nội suy tuyến tính hay nội suy bằng đa thức bậc cao thường tồn tại những nhược điểm nhất định:

* Nội suy tuyến tính tuy dễ triển khai nhưng không bảo đảm độ mượt tại các điểm nút.
* Nội suy đa thức bậc cao dễ bị dao động mạnh ở các đầu mút (hiện tượng Runge), ảnh hưởng đến độ chính xác và tính ổn định.

Trong khi đó, nội suy bằng spline bậc ba mang lại giải pháp cân bằng: duy trì được độ chính xác cao, đảm bảo tính liên tục đến đạo hàm bậc hai, và tránh được những nhược điểm kể trên.

Chính vì thế, đề tài “Nội suy đường cong spline” được lựa chọn nhằm:

* Tìm hiểu lý thuyết về các loại spline, đặc biệt là spline bậc ba.
* Xây dựng chương trình thực hiện nội suy spline từ dữ liệu đầu vào.
* Ứng dụng vào các bài toán thực tế như dự báo nhiệt độ và mô phỏng chuyển động robot.

2. Mục đích và ý nghĩa của đề tài

2.1. Mục đích

Mục tiêu chính của đề tài là nghiên cứu và triển khai phương pháp nội suy spline bậc ba để giải quyết bài toán khôi phục dữ liệu liên tục từ tập hợp các điểm rời rạc. Cụ thể, đề tài hướng đến:

* Xây dựng chương trình thực hiện nội suy spline bậc ba trên từng đoạn dữ liệu.
* Giải hệ phương trình ba đường chéo bằng thuật toán Thomas, đảm bảo độ chính xác và hiệu quả tính toán.
* Cho phép người dùng nhập dữ liệu từ tệp hoặc bàn phím, và xuất kết quả nội suy dưới dạng bảng hoặc file.
* Ứng dụng vào hai trường hợp thực tế:
  + Dự báo nhiệt độ môi trường theo thời gian.
  + Mô phỏng chuyển động liên tục của robot trong không gian hai chiều.

Thông qua đề tài, sinh viên có cơ hội vận dụng kiến thức lý thuyết vào thực tiễn, từ đó nâng cao kỹ năng lập trình, tư duy giải quyết bài toán số và khả năng áp dụng vào các tình huống kỹ thuật cụ thể.

2.2. Ý nghĩa

Về mặt học thuật: Đề tài giúp sinh viên nắm vững kiến thức về giải tích số, đặc biệt là khái niệm và ứng dụng của spline bậc ba trong nội suy dữ liệu.

Về mặt thực tiễn: Kết quả của đề tài có thể được ứng dụng trong nhiều lĩnh vực như:

* Thiết kế đường cong trong CAD/CAM.
* Phân tích và mô hình hóa tín hiệu trong kỹ thuật.
* Dự đoán xu hướng dữ liệu từ các thiết bị cảm biến hoặc hệ thống điều khiển.

Về mặt kỹ năng: Đề tài giúp rèn luyện tư duy logic, khả năng giải bài toán thực tế, cũng như kỹ năng thao tác dữ liệu file, xây dựng thuật toán và kiểm tra kết quả.

3. Phương pháp thực hiện

Để đạt được mục tiêu đề ra, đề tài sử dụng các phương pháp thực hiện sau:

* Tìm hiểu và nghiên cứu lý thuyết về các loại spline, đặc biệt là spline bậc ba và các điều kiện biên (natural, clamped...).
* Phân tích yêu cầu bài toán nội suy và đặc điểm dữ liệu đầu vào.
* Xây dựng giải thuật giải hệ phương trình ba đường chéo bằng phương pháp Thomas.
* Lập trình thuật toán nội suy spline bậc ba bằng ngôn ngữ C, cho phép xử lý dữ liệu từ file và xuất kết quả ra file.
* Thử nghiệm chương trình với nhiều bộ dữ liệu khác nhau, đánh giá độ mượt, độ chính xác và tính ứng dụng.
* So sánh với các phương pháp nội suy khác (như tuyến tính) để kiểm chứng hiệu quả của spline bậc ba.

4. Bố cục của báo cáo

Báo cáo được trình bày thành các chương chính sau:

* **Mở đầu**: Trình bày tổng quan, tính cấp thiết, mục tiêu và phương pháp thực hiện của đề tài.
* **Chương 1**: Trình bày cơ sở lý thuyết về nội suy spline, các loại spline phổ biến và ứng dụng của spline bậc ba.
* **Chương 2**: Phát biểu bài toán nội suy spline bậc ba, phân tích yêu cầu bài toán, thuật toán giải hệ ba đường chéo.
* **Chương 3**: Trình bày quá trình triển khai chương trình, môi trường thực hiện, kịch bản thử nghiệm và kết quả đánh giá.
* **Kết luận và hướng phát triển**: Tổng kết kết quả đạt được, đánh giá những tồn tại và đề xuất các hướng phát triển tiếp theo cho đề tài.

# CƠ SỞ LÝ THUYẾT

Chương này trình bày các nội dung cơ sở lý thuyết chính liên quan đến nội dung của đồ án. Nội dung cơ sở lý thuyết này sẽ được sử dụng trong phần phân tích và triển khai chương trình. Phần phát biểu bài toán sẽ mô tả nội dung và các vấn đề đặt ra. Ngoài ra cũng liệt kê và đánh giá các giải pháp đã có.

## Khái niệm:

Đường cong Spline là một loại đường cong được sử dụng rộng rãi trong nhiều lĩnh vực như thiết kế đồ họa, kiến trúc, kỹ thuật và khoa học máy tính, để mô hình hóa và biểu diễn các đường cong mềm mại và mượt mà. Đường cong spline thường được sử dụng để làm mịn các đường cong đa điểm bằng cách định nghĩa các đoạn đường con nối liền các điểm kiểm soát, gọi là "điểm spline" hoặc "nút spline". Điều này tạo ra một đường cong liên tục, mượt mà qua tất cả các điểm kiểm soát.

### Các loại spline phổ biến

1. *Spline tuyến tính (Linear Spline)*

* Đặc điểm:
* Spline tuyến tính nối các điểm dữ liệu bằng các đoạn thẳng.
* Đạo hàm bậc nhất không liên tục tại các điểm nút (knots).
* Ứng dụng:
* Đơn giản, dễ tính toán, phù hợp khi yêu cầu độ chính xác không cao.

1. *Spline bậc hai (Quadratic Spline)*

* Đặc điểm:
* Mỗi đoạn spline là một đa thức bậc hai.
* Đạo hàm bậc nhất liên tục tại các điểm nút, nhưng đạo hàm bậc hai có thể không liên tục.
* Ứng dụng:
* Phù hợp khi cần độ mượt cao hơn so với spline tuyến tính.

1. *Spline bậc ba (Cubic Spline)*

* Đặc điểm:
* Mỗi đoạn spline là một đa thức bậc ba.
* Đạo hàm bậc nhất và bậc hai liên tục tại các điểm nút.
* Đảm bảo độ mượt cao và phù hợp với nhiều ứng dụng thực tế.
* Phân loại:
* Cubic Spline tự nhiên (Natural Cubic Spline): Đạo hàm bậc hai tại hai điểm biên được đặt bằng 0.
* Cubic Spline ràng buộc (Clamped Cubic Spline): Đạo hàm bậc nhất tại hai điểm biên được xác định trước.
* Cubic Spline không ràng buộc (Not-a-Knot Cubic Spline): Đạo hàm bậc ba liên tục tại một số điểm nút.
* Ứng dụng: Rất phổ biến trong đồ họa máy tính, thiết kế đường cong, và mô hình hóa dữ liệu.

1. *B-Spline (Basis Spline)*

* Đặc điểm:
* Là tổ hợp tuyến tính của các hàm cơ sở (basis functions).
* Có thể điều chỉnh độ mượt và độ phức tạp bằng cách thay đổi số lượng và vị trí của các điểm nút.
* Phân loại:
* B-Spline đều (Uniform B-Spline): Các điểm nút cách đều nhau.
* B-Spline không đều (Non-uniform B-Spline): Các điểm nút không cách đều nhau.
* Ứng dụng: Được sử dụng rộng rãi trong CAD (thiết kế hỗ trợ máy tính) và đồ họa 3D.

1. *NURBS (Non-Uniform Rational B-Spline)*

* Đặc điểm:
* Là một dạng mở rộng của B-Spline, sử dụng các hàm hữu tỉ (rational functions).
* Có thể biểu diễn chính xác các đường cong và bề mặt phức tạp, bao gồm cả đường tròn và elip.
* Ứng dụng: Rất phổ biến trong thiết kế công nghiệp, đồ họa máy tính, và mô hình hóa 3D.

1. *Spline hình học (Geometric Spline)*

* Đặc điểm:
* Tập trung vào việc mô tả hình dạng hình học của đường cong.
* Thường được sử dụng trong thiết kế và mô phỏng.
* Ứng dụng: Thiết kế sản phẩm, kiến trúc, và mô hình hóa.

1. *Spline tham số (Parametric Spline)*

* Đặc điểm:
* Biểu diễn đường cong dưới dạng tham số, thường sử dụng trong không gian 2D hoặc 3D.
* Ứng dụng: Đồ họa máy tính, thiết kế đường cong và bề mặt.

1. *Spline hữu tỉ (Rational Spline)*

* Đặc điểm:
* Là một dạng tổng quát của spline, sử dụng các hàm hữu tỉ để biểu diễn đường cong.
* Ứng dụng: Thiết kế đường cong phức tạp và mô hình hóa.

### Nội suy Spline bậc ba (Cubic Spline Interpolation)

1. Định nghĩa

* Nội suy Spline bậc ba xây dựng một đường cong đi qua các điểm dữ liệu  (i=0,1,2,…,n) bằng cách sử dụng các đa thức bậc ba trên từng đoạn . Mỗi đoạn được biểu diễn bởi một hàm spline bậc ba:



trong đó:

là các hệ số cần xác định.



1. **Điều kiện áp dụng**

* Để xác định các hệ số của spline bậc ba, các điều kiện sau được áp dụng:
* Đi qua các điểm dữ liệu:



* Liên tục đạo hàm bậc nhất: Một hàm ghép bởi nhiều đoạn (thường là các đa thức spline hoặc hàm từng phần) có **đạo hàm bậc nhất liên tục** nếu:



* Mỗi đoạn có đạo hàm tồn tại.



* Tại điểm nối ​, đạo hàm của hai đoạn kế tiếp nhau phải bằng nhau:



* Liên tục đạo hàm bậc hai: Một hàm ghép bởi nhiều đoạn có đạo hàm bậc hai liên tục nếu:



* Mỗi đoạn có đạo hàm bậc hai tồn tại.



* Tại điểm nối ​, đạo hàm bậc hai của hai đoạn kế tiếp nhau phải bằng nhau:



* **Điều kiện biên**
* **Spline tự nhiên (Natural Spline):**



* Spline ràng buộc (Clamped Spline):



được xác định trước.

* Spline không ràng buộc (Not-a-Knot Spline): Đạo hàm bậc ba liên tục tại một số điểm nút.

1. **Các bước thực hiện**

* Xác định các điểm nút: Chia dữ liệu thành các đoạn .



* Thiết lập hệ phương trình:
* Sử dụng các điều kiện liên tục và điều kiện biên để thiết lập một hệ phương trình tuyến tính cho các hệ số .



* Giải hệ phương trình:
* Giải hệ phương trình để tìm các hệ số của spline.
* Xây dựng hàm spline:
* Kết hợp các đoạn spline để tạo thành đường cong hoàn chỉnh.

1. **Các đặc điểm chính:**

* Mịn màng: Đường cong Spline có độ mượt mà cao, không có các góc cạnh hay điểm gãy khúc.
* Linh hoạt: Có thể điều chỉnh hình dạng đường cong dễ dàng bằng cách di chuyển các điểm điều khiển.
* Đa dạng: Có nhiều loại đường cong Spline khác nhau, mỗi loại có đặc điểm và ứng dụng riêng.
* Độ chính xác cao: Có thể sử dụng để mô tả các đường cong phức tạp với độ chính xác cao.

1. **Ưu điểm**

* Độ mượt cao: Đạo hàm bậc nhất và bậc hai liên tục, đảm bảo đường cong không bị gãy khúc.
* Tránh hiện tượng Runge: Không bị dao động mạnh như nội suy đa thức bậc cao.
* Linh hoạt: Có thể điều chỉnh điều kiện biên để phù hợp với yêu cầu cụ thể.

1. **Nhược điểm**

* Tính toán phức tạp: Yêu cầu giải hệ phương trình tuyến tính lớn, đặc biệt khi số lượng điểm dữ liệu lớn.
* Độ chính xác phụ thuộc vào điều kiện biên: Lựa chọn điều kiện biên không phù hợp có thể ảnh hưởng đến kết quả.

1. **Ứng dụng**

* Đồ họa máy tính: Vẽ đường cong mượt mà trong thiết kế đồ họa.
* Kỹ thuật: Mô hình hóa dữ liệu trong kỹ thuật, thiết kế sản phẩm.
* Khoa học dữ liệu: Nội suy dữ liệu trong các bài toán phân tích và dự đoán.
* Thiết kế đường cong và bề mặt: Sử dụng trong CAD (thiết kế hỗ trợ máy tính).

## Phát biểu bài toán

* Cho tập hợp gồm n điểm dữ liệu:

(​,​),(​,​),...,(​,​)



thỏa mãn điều kiện:

<<<...<



* Tìm một hàm nội suy *Spline bậc ba* S(x), được biểu diễn bằng các đa thức bậc ba Si(x) trên từng đoạn [,], sao cho:



1. Điều kiện nội suy:

∀i=0,1,...,n − 2



(Tức là đường cong nội suy phải đi qua tất cả các điểm đã cho.)

1. Tính trơn liên tục:

* Đạo hàm bậc nhất của S(x) liên tục trên toàn miền:

∀i=0,1,...,n−2



* Đạo hàm bậc hai của S(x) cũng liên tục trên toàn miền:

∀i=0,1,...,n−2



1. Điều kiện biên:

* Spline tự nhiên (Natural Spline):



* Spline có điều kiện biên (Clamped Spline):

S′(​) và hoặc S′(​) được cho trước.



1. Dạng tổng quát của đa thức Spline bậc ba trên mỗi đoạn:

∀x∈



Trong đó, các hệ số ​ được xác định bằng cách giải một hệ phương trình tuyến tính.



## Kết chương

Chương này đã trình bày các khái niệm cơ bản về đường cong spline và các loại spline phổ biến, đặc biệt là spline bậc ba – công cụ chính được sử dụng trong bài toán nội suy. Các điều kiện liên tục, điều kiện biên và quy trình xây dựng spline bậc ba cũng đã được nêu rõ. Những nội dung lý thuyết này là nền tảng quan trọng để áp dụng vào việc phân tích và triển khai chương trình trong các chương tiếp theo.

# PHÂN TÍCH THIẾT KẾ HỆ THỐNG

Chương này trình bày về phân tích và triển khai hệ thống, bao gồm phân tích hiện trạng, phân tích yêu cầu của bài toán. Phần tiếp theo trình bày các nội dung thiết kế hệ thống bao gồm thiết kế kiến trúc tổng thể, thiết kế luồng xử lý dữ liệu, thiết kế thuật toán nội suy spline bậc ba, và mô tả chi tiết các thành phần chức năng của chương trình.

## PHÂN TÍCH HIỆN TRẠNG

Trong nhiều bài toán thực tế, việc nội suy và mô phỏng đường cong từ tập hợp các điểm dữ liệu rời rạc là một yêu cầu phổ biến, xuất hiện trong các lĩnh vực như đồ họa máy tính, thiết kế kỹ thuật, xử lý tín hiệu, và mô hình hóa dữ liệu thực nghiệm. Tuy nhiên, các phương pháp nội suy truyền thống như nội suy tuyến tính hoặc nội suy bằng đa thức bậc cao thường gặp phải các hạn chế:

* Nội suy tuyến tính tuy đơn giản nhưng không đảm bảo độ mượt của đường cong, đặc biệt tại các điểm nối giữa các đoạn.
* Nội suy bằng đa thức bậc cao có thể gây ra hiện tượng dao động mạnh (hiện tượng Runge), làm giảm độ chính xác và ổn định của kết quả.

Trong bối cảnh đó, spline bậc ba nổi lên như một giải pháp hiệu quả, kết hợp được độ mượt cao và tính ổn định trong nội suy dữ liệu. Tuy nhiên, hiện trạng cho thấy:

* Việc xâydựng thủ công các hàm spline bậc ba đòi hỏi phải giải hệ phương trình tuyến tính với số ẩn phụ thuộc vào số lượng điểm dữ liệu, điều này dễ gây sai sót và khó khăn trong tính toán thủ công.
* Thiếu công cụ hỗ trợ tự động tạo ra hàm nội suy spline từ dữ liệu đầu vào, đặc biệt là các công cụ đơn giản, dễ sử dụng cho mục đích học tập hoặc ứng dụng nhỏ.
* Trong một số hệ thống, spline chưa được tích hợp hoặc khai thác đầy đủ, dẫn đến kết quả nội suy chưa tối ưu.

Từ thực trạng trên, việc thiết kế và triển khai một chương trình nội suy spline bậc ba có khả năng xử lý tập dữ liệu đầu vào và xuất ra các hàm spline chính xác, liên tục và mượt mà là rất cần thiết. Giải pháp này sẽ góp phần cải thiện hiệu quả tính toán, tăng độ chính xác và tính trực quan trong mô hình hóa đường cong.

## PHÂN TÍCH CHỨC NĂNG

### Đối tượng sử dụng

Chương trình hướng đến đối tượng là sinh viên, giảng viên và các kỹ sư trong lĩnh vực khoa học máy tính hoặc toán ứng dụng, có nhu cầu nội suy dữ liệu thực nghiệm bằng phương pháp spline bậc ba. Người dùng có thể sử dụng công cụ để:

* Tính toán hàm nội suy mượt mà từ dữ liệu đầu vào.
* Dự đoán giá trị tại các điểm chưa biết trên cơ sở các điểm đã cho.

### Đọc dữ liệu đầu vào

Mô tả:

* Đọc các điểm dữ liệu từ file spline\_data.csv.



* Đọc các điểm cần nội suy từ file query\_points.csv.

Thuật toán sử dụng:

* Sử dụng hàm fscanf() để đọc và lưu dữ liệu vào mảng động.
* Kiểm tra lỗi mở file và định dạng dữ liệu.

### Giải hệ ba đường chéo

1. Mô tả:

* Giải hệ phương trình ba đường chéo sinh ra từ điều kiện trơn liên tục.

1. Thuật toán sử dụng:

* Phép khử Gauss tiến và thế lùi (Thomas algorithm) để giải hệ tuyến tính.
* Kiểm tra lỗi chia cho 0.

### Tính giá trị nội suy

1. Mô tả:

* Tính giá trị nội suy tại các điểm đã cho.



1. Thuật toán sử dụng:

* Xác định đoạn chứa ​, sử dụng công thức:



### Công nghệ sử dụng

* **Ngôn ngữ lập trình:** C
* **Chuẩn dữ liệu:** Tệp văn bản định dạng .csv
* **Môi trường:** Chạy trên hệ điều hành hỗ trợ C (Windows/Linux), biên dịch bằng GCC hoặc tương đương.
* **Thư viện sử dụng:** <stdio.h>, <stdlib.h>\

## THIẾT KẾ CƠ SỞ DỮ LIỆU

### Sơ đồ tổng thể

/project-folder

│

├── spline.c // Tập tin mã nguồn chính

├── spline\_data.csv // File chứa dữ liệu đầu vào (các điểm (x,y))

├── query\_points.csv // File chứa các điểm cần nội suy

└── output.csv // File chứa kết quả nội suy

### Table01 – Dữ liệu đầu vào (spline\_data.csv)

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Stt | Tên trường | Kiểu dữ liệu | Mô tả |
| 1 | x | Float | Tọa độ x của điểm nội suy |
| 2 | y | Float | Tọa độ y tương ứng |

### Table02 – Điểm cần nội suy (query\_points.csv)

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Stt | Tên trường | Kiểu dữ liệu | Mô tả |
| 1 | x | Float | Tọa độ x cần tính giá trị nội suy |

### Table03 – Dữ liệu đầu ra (output.csv)

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Stt | Tên trường | Kiểu dữ liệu | Mô tả |
| 1 |  | Float | Giá trị x tại điểm cần nội suy |
| 2 |  | Float | Giá trị nội suy tại từ spline |

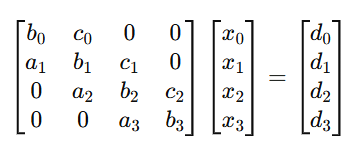
## XÂY DỰNG CHƯƠNG TRÌNH

### Giải hệ phương trình 3 đường chéo:

Một hệ ba đường chéo (tridiagonal system) là một hệ phương trình tuyến tính mà ma trận hệ số chỉ có các phần tử khác 0 nằm trên 3 đường chéo:

* Đường chéo chính
* Đường chéo dưới
* Đường chéo trên

Ví dụ: hệ gồm 4 phương trình có dạng ma trận như sau:



Hình 2.1

Trong đó:

* hệ số đường chéo dưới



* ​: hệ số đường chéo chính



* ​: hệ số đường chéo trên



* ​: vế phải của phương trình



1. Phương pháp giải – Thomas Algorithm (biến thể của Gauss)

**Bước 1: Khử tiến (Forward Elimination)**

* Loại bỏ các phần tử ​ phía dưới đường chéo chính bằng cách thay đổi và ​



Bước 2: Thế ngược (Back Substitution)

* Sau khi ma trận tam giác trên đã được tạo ra, ta thế ngược để tìm nghiệm ​ từ dưới lên.



1. Ví dụ

Đọc dữ liệu từ spline\_data.csv

* Dữ liệu từ file spline\_data.csv:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| y | 22,5 | 23 | 23,8 | 24,1 | 25 | 24,8 | 24 | 23,5 | 23 | 22,7 |

Thiết lập hệ ba đường chéo

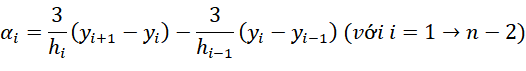
Khoảng cách ​:



Tính hệ số vế phải ​:



Áp dụng công thức:



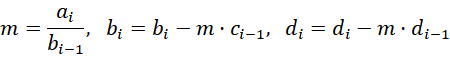
|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |
| 1 | 22.5 | 23.0 | 23.8 | 0.9 |
| 2 | 23.0 | 23.8 | 24.1 | -1.5 |
| 3 | 23.8 | 24.1 | 25.0 | 1.8 |
| 4 | 24.1 | 25.0 | 24.8 | -3.3 |
| 5 | 25.0 | 24.8 | 24.0 | -1.8 |
| 6 | 24.8 | 24.0 | 23.5 | 0.9 |
| 7 | 24.0 | 23.5 | 23.0 | 0.0 |
| 8 | 23.5 | 23.0 | 22.7 | 0.6 |

Các hệ số hệ ba đường chéo:



Bước 1: Khử tiến (Forward Elimination)

Ta lần lượt cập nhật các hệ số theo công thức:

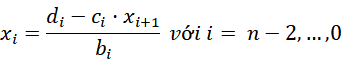
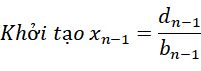


Bảng sau thể hiện chi tiết quá trình khử tiến:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| i |  | Cập nhật | Cập nhật |
| 1 |  |  |  |
| 2 |  |  |  |
| 3 |  |  |  |
| 4 |  |  |  |
| 5 |  |  |  |
| 6 |  |  |  |
| 7 |  |  |  |

Bước 2: Thế ngược (Back Substitution)

Sau khi khử tiến, ta giải nghiệm từ dưới lên theo công thức:



Trong ví dụ này, sau bước khử tiến ta có:

* [4.000,3.750,3.733,3.732,3.732,3.732,3.732,3.732]



* [0.900,−1.725,2.261,−3.906,−0.755,1.102,−0.295,0.679]



Kết quả hệ số đạo hàm bậc hai :



|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
| 7 |  |
| 6 |  |
| 5 |  |
| 4 |  |
| 3 |  |
| 2 |  |
| 1 |  |
| 0 |  |

* Ở đây ​ chính là giá trị của hệ số ​ sau khi giải hệ ba đường chéo.



Kết hợp với điều kiện biên của spline tự nhiên:



Vậy



1. Lập trình

#include <stdio.h>

#include <stdlib.h>

// Giai he phuong trinh ba duong cheo

void giai\_he\_tam\_duong\_cheo(int n, double \*a, double \*b, double \*c, double \*d, double \*x) {

// Khu Gaus tien

for (int i = 1; i < n; i++) {

if (b[i - 1] == 0) { // Kiem tra chia cho 0

printf("Loi: He phuong trinh khong the giai do mau so bang 0.\n");

exit(1);

}

double m = a[i] / b[i - 1];

b[i] -= m \* c[i - 1];

d[i] -= m \* d[i - 1];

}

if (b[n - 1] == 0) { // Kiem tra truoc khi chia

printf("Loi: He phuong trinh khong the giai do mau so bang 0.\n");

exit(1);

}

// The nguoc de tim nghiem

x[n - 1] = d[n - 1] / b[n - 1];

for (int i = n - 2; i >= 0; i--) {

x[i] = (d[i] - c[i] \* x[i + 1]) / b[i];

}

}

### Tính toán hệ số spline bậc 3:

Giả sử ta có n điểm dữ liệu ,),...,(​). Mục tiêu là tìm các đa thức spline bậc ba trên từng đoạn [​], có dạng:



Sau khi đã giải xong hệ ba đường chéo ở phần trước và thu được các hệ số ​ (đạo hàm bậc hai tại các điểm nút), ta tiếp tục tính các hệ số còn lại và ​ theo công thức:



1. Kết quả cuối cùng

Với mỗi đoạn [], ta có đa thức spline:

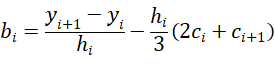


1. Ví dụ

Sau khi đã tìm được các hệ số (đạo hàm bậc hai tại các điểm nút), ta tiếp tục tính các hệ số còn lại của đa thức spline bậc ba cho từng đoạn :



* Công thức:



Bảng tính đầy đủ các hệ số ​ ()



|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
| 0 |  |  |
| 1 |  |  |
| 2 |  |  |
| 3 |  |  |
| 4 |  |  |
| 5 |  |  |
| 6 |  |  |
| 7 |  |  |
| 8 |  |  |

Vậy



* Lập trình

void spline\_bac\_ba(int n, double \*x, double \*y, double \*b, double \*c, double \*d) {

double h[n - 1], alpha[n - 1];

for (int i = 0; i < n - 1; i++) {

h[i] = x[i + 1] - x[i];

}

for (int i = 1; i < n - 1; i++) {

alpha[i] = (3 / h[i]) \* (y[i + 1] - y[i]) - (3 / h[i - 1]) \* (y[i] - y[i - 1]);

}

double A[n - 2];

double B[n - 1];

double C[n - 2];

double D[n - 1];

for (int i = 1; i < n - 1; i++) {

A[i - 1] = h[i - 1];

B[i] = 2 \* (h[i - 1] + h[i]);

C[i - 1] = h[i];

D[i] = alpha[i];

}

giai\_he\_tam\_duong\_cheo(n - 2, A, B + 1, C, D + 1, c + 1);

c[0] = c[n - 1] = 0;

for (int i = 0; i < n - 1; i++) {

b[i] = (y[i + 1] - y[i]) / h[i] - h[i] \* (c[i + 1] + 2 \* c[i]) / 3;

d[i] = (c[i + 1] - c[i]) / (3 \* h[i]);

}

}

### Nội suy giá trị tại một điểm :



Bước 1: Xác định khoảng chứa điểm nội suy

Cho điểm nội suy



Xác định khoảng [] sao cho:



Tìm chỉ số thỏa mãn điều kiện đó.



**Ghi chú:** Nếu không tìm thấy (ví dụ đúng bằng giá trị cuối cùng), chọn đoạn cuối.



Bước 2: Tính độ lệch



Sau khi xác định , tính:



Bước 3: Áp dụng công thức nội suy spline bậc 3

Sử dụng đa thức spline cubic cho đoạn []:



Trong đó:

* ​ là giá trị gốc tại ​,



* là các hệ số spline đã tính từ trước.



* Ví dụ: nội suy tại



Bước 1:Xác định đoạn spline:

Vì ∈[4,5], ta dùng hệ số tại đoạn



* Hệ số từ các bước trước:



Bước 2: Tính hiệu



Bước 3: Áp dụng công thức:



* Thuật toán:

double noi\_suy(double xq, int n, double \*x, double \*y, double \*b, double \*c, double \*d) {

int i;

for (i = 0; i < n - 1; i++) {

if (xq >= x[i] && xq <= x[i + 1]) {

break;

}

}

if (i == n - 1) i--; // Tranh truy nhap ngoai mang

double dx = xq - x[i];

return y[i] + b[i] \* dx + c[i] \* dx \* dx + d[i] \* dx \* dx \* dx;

}

### Hàm main

int main() {

// Doc du lieu tu file spline\_data.csv

FILE \*input = fopen("spline\_data.csv", "r");

if (!input) {

printf("Loi: Khong the mo tep spline\_data.csv!\n");

return 1;

}

int n;

fscanf(input, "%d", &n);

double x[n], y[n], b[n - 1], c[n], d[n - 1];

for (int i = 0; i < n; i++) {

fscanf(input, "%lf,%lf", &x[i], &y[i]);

}

fclose(input);

spline\_bac\_ba(n, x, y, b, c, d);

// Doc cac diem can noi suy tu file query\_points.csv

FILE \*query = fopen("query\_points.csv", "r");

if (!query) {

printf("Loi: Khong the mo tep query\_points.csv!\n");

return 1;

}

int m;

fscanf(query, "%d", &m);

double xq[m], yq[m];

for (int i = 0; i < m; i++) {

fscanf(query, "%lf", &xq[i]);

yq[i] = noi\_suy(xq[i], n, x, y, b, c, d);

}

fclose(query);

// Ghi ket qua vao file file output.csv

FILE \*output = fopen("output.csv", "w");

if (!output) {

printf("Lỗi: Khong the mo tep output.csv!\n");

return 1;

}

fprintf(output, "xq,yq\n");

for (int i = 0; i < m; i++) {

fprintf(output, "%.4lf,%.4lf\n", xq[i], yq[i]);

}

fclose(output);

printf("Ket qua đa đuoc luu vao output.csv!\n");

return 0;

}

## Kết chương

Chương này đã trình bày chi tiết quá trình **phân tích và thiết kế hệ thống nội suy spline bậc ba,** bao gồm:

* Phát biểu bài toán và các điều kiện cần thoả mãn của spline.
* Phân tích hiện trạng, yêu cầu chức năng, thuật toán và công nghệ sử dụng.
* Xây dựng chương trình với tổ chức dữ liệu và module rõ ràng.

# TRIỂN KHAI VÀ ĐÁNH GIÁ KẾT QUẢ

Chương này trình bày quá trình hiện thực giải pháp nội suy đường cong sử dụng phương pháp spline bậc ba bằng ngôn ngữ C. Hệ thống đọc dữ liệu từ tệp đầu vào, tính các hệ số spline, nội suy các điểm truy vấn, và xuất kết quả ra tệp đầu ra. Kết quả được kiểm chứng bằng các ví dụ thực nghiệm.

## MÔ HÌNH TRIỂN KHAI

### Môi trường triển khai

* Ngôn ngữ lập trình: C (ISO C99)
* Trình biên dịch: GCC 9.3.0
* Hệ điều hành: Windows 10 / Ubuntu 20.04
* IDE: Visual Studio Code
* Công cụ hỗ trợ xử lý dữ liệu: Excel hoặc Python (để vẽ đồ thị)

### Các công cụ sử dụng

* **Trình biên dịch C** để xây dựng chương trình nội suy spline.
* **Tệp CSV** để nhập xuất dữ liệu dễ dàng và xử lý trực quan.
* **Excel hoặc Python matplotlib** để kiểm chứng đồ thị.

## KẾT QUẢ THỰC NGHIỆM 01

### Thu thập dữ liệu thời tiết:

Bảng dữ liệu dưới đây là một ví dụ đơn giản về sự thay đổi nhiệt độ trong ngày, với các điểm mẫu “đẹp”, đại diện cho các thời điểm quan trọng trong chu kỳ nhiệt độ:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Thời gian (t) | 0h | 1h | 2h | 3h | 4h | 5h | 6h | 7h | 8h | 9h |
| Nhiệt độ(°C) | 22.5 | 23 | 23.8 | 24.1 | 25 | 24.8 | 24 | 23.5 | 23 | 22.7 |

Tuy nhiên, trong thực tế, chúng tôi đã thu thập một lượng lớn dữ liệu nhiệt độ với độ chia nhỏ thời gian rất cao, tức là ghi nhận nhiệt độ liên tục và chi tiết hơn theo từng phút hoặc giây. Việc này giúp:

* Tăng độ chính xác của các phép tính nội suy spline bậc ba,
* Đảm bảo đường cong nhiệt độ được mô phỏng mượt mà, phản ánh chính xác xu hướng biến đổi nhiệt,
* Hỗ trợ các hệ thống điều khiển nhiệt độ hoạt động hiệu quả và ổn định trong các ứng dụng thực tế như điều hòa thông minh, giám sát môi trường, hoặc hệ thống cảnh báo sớm.

Phương pháp nội suy spline bậc ba được áp dụng trên toàn bộ bộ dữ liệu lớn này để tạo ra đường biến thiên nhiệt độ mềm mại, tránh những thay đổi đột ngột hoặc sai số lớn trong quá trình mô phỏng và phân tích.

### Nhập và hiển thị dữ liệu thời tiết

1. Mô tả

Chức năng này cho phép người dùng **nhập dữ liệu thời tiết theo giờ** từ bàn phím hoặc từ một tệp văn bản, sau đó **hiển thị lại dữ liệu dưới dạng bảng và đồ thị.** Dữ liệu gồm **thời gian (giờ)** và **nhiệt độ (°C)** tương ứng.

Sau khi nhập dữ liệu, chương trình áp dụng **phương pháp nội suy spline bậc ba** để tính toán và vẽ đường cong biểu diễn sự biến đổi nhiệt độ theo thời gian. Đường cong nội suy giúp làm mượt dữ liệu và hỗ trợ người dùng dễ dàng quan sát xu hướng nhiệt độ trong ngày.

Người dùng có thể:

* Nhập dữ liệu bằng tay hoặc từ file

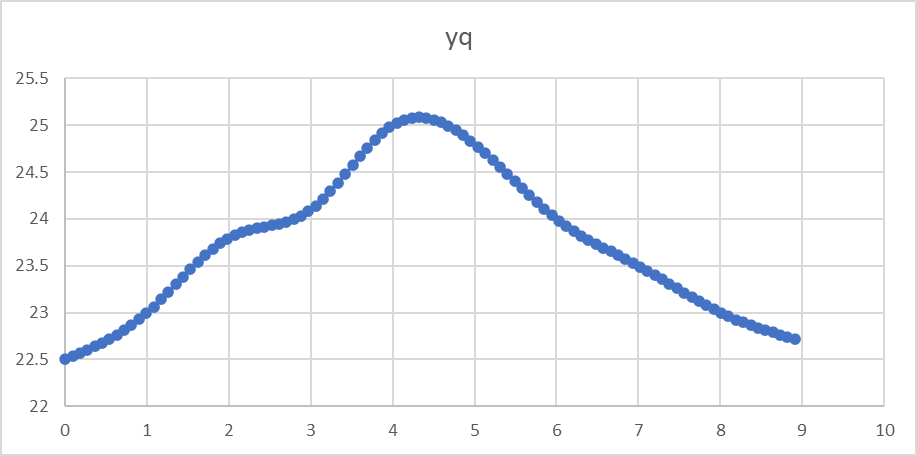
|  |  |
| --- | --- |
| Data input: | Query point: |
| 0.0,22.5 | 0.00 |
| 1.0,23.0 | 0.09 |
| 2.0,23.8 | 0.18 |
| 3.0,24.1 | 0.27 |
| 4.0,25.0 | 0.36 |
| 5.0,24.8 | ... |
| 6.0,24.0 | 8.73 |
| 7.0,23.5 | 8.82 |
| 8.0,23.0 | 8.91 |
| 9.0,22.7 | 9.00 |

* Xem biểu đồ nhiệt độ sau khi nội suy spline

1. Kết quả

|  |
| --- |
| Output |
| 0.0000,22.5000 |
| 0.0900,22.5332 |
| 0.1800,22.5669 |
| 0.2700,22.6018 |
| 0.3600,22.6385 |
| ... |
| 8.6400,22.7890 |
| 8.7300,22.7658 |
| 8.8200,22.7434 |
| 8.9100,22.7216 |

Hình ảnh vẽ trên excel:



Hình 3.1

### Nhận xét đánh giá kết quả

Phương pháp nội suy spline bậc ba đã được áp dụng thành công để dự báo nhiệt độ theo thời gian trong khoảng từ 0h đến 9h. Dự báo cho thấy sự thay đổi nhiệt độ trong ngày có xu hướng liên tục và mượt mà, phù hợp với tính chất tự nhiên của hiện tượng thời tiết.

Đường cong spline giúp làm nổi bật các giai đoạn chuyển tiếp rõ ràng:

|  |  |
| --- | --- |
| Khoảng thời gian | Mô tả xu hướng nhiệt độ |
| 0h → 4h | Nhiệt độ **tăng đều đặn** từ 22.5°C đến cực đại 25.0°C tại 4h sáng. Đây là thời điểm nhiệt độ cao nhất trong chu kỳ này. |
| 4h → 6h | Nhiệt độ **bắt đầu giảm nhẹ**, giảm từ 25.0°C xuống còn 24.0°C – báo hiệu sự mát mẻ dần của buổi sáng sớm. |
| 6h → 9h | Nhiệt độ **tiếp tục giảm** từ 24.0°C xuống 22.7°C, thể hiện xu hướng ổn định và mát mẻ về sau. |

Nhờ tính chất trơn và liên tục của spline, các điểm nhiệt độ giữa các giờ chưa được đo vẫn có thể dự đoán hợp lý, hỗ trợ người dùng theo dõi xu hướng thời tiết theo từng phút nếu cần.

Tuy nhiên, phương pháp này chỉ mang tính chất nội suy – tức là ước lượng trong phạm vi dữ liệu đã biết – nên không thể dự báo chính xác nếu cần tiên đoán nhiệt độ ngoài khung giờ từ 0h đến 9h, hoặc khi có các biến động thời tiết bất thường (ví dụ: mưa, gió lạnh).

Tóm lại, việc áp dụng nội suy spline trong dự báo thời tiết giúp tái hiện lại sự thay đổi nhiệt độ một cách trực quan và mượt mà, đặc biệt phù hợp với các hệ thống giám sát môi trường theo thời gian thực hoặc phục vụ nhu cầu hiển thị trong các ứng dụng thời tiết đơn giản.

## KẾT QUẢ THỰC NGHIỆM 02

### Thu thập dữ liệu chuyển động robot:

Hệ thống cho phép người dùng đăng nhập và quản lý dữ liệu chuyển động robot. Dữ liệu chuyển động được thu thập theo thời gian, ghi lại vị trí tọa độ (x, y) của robot tại các thời điểm xác định.

Bảng dữ liệu dưới đây chỉ là một ví dụ gồm một số điểm mẫu “đẹp”, đại diện cho các vị trí quan trọng trong quỹ đạo chuyển động:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Tọa độ x (m) | 0.0 | 1.0 | 3.0 | 6.0 | 9.0 |
| Tọa độ y (m) | 0.0 | 2.0 | 3.5 | 2.0 | 0.0 |
| Thời gian (t) | 0.0 | 1.0 | 2.0 | 3.0 | 3.97 |

Tuy nhiên, trong thực tế, chúng tôi đã thu thập một lượng lớn dữ liệu chuyển động với độ chia nhỏ thời gian rất cao, tức là ghi nhận rất nhiều điểm tọa độ liên tục và chi tiết hơn. Việc này giúp:

* Tăng độ chính xác của các phép tính nội suy spline bậc ba,
* Đảm bảo quỹ đạo chuyển động được mô phỏng mượt mà, liền lạc hơn,
* Hỗ trợ điều khiển robot chính xác và tự nhiên trong các ứng dụng thực tế.

Phương pháp nội suy spline bậc ba được áp dụng trên toàn bộ bộ dữ liệu lớn này để tạo ra đường đi mềm mại, tránh những thay đổi đột ngột trong chuyển động.

### Nhập và Hiển thị Dữ liệu Chuyển Động Robot

1. Mô tả:

Chức năng này cho phép người dùng nhập dữ liệu chuyển động của robot dưới dạng các điểm tọa độ (t, x, y) từ bàn phím hoặc tệp văn bản. Sau khi nhập, dữ liệu sẽ được hiển thị dưới dạng bảng tọa độ và biểu đồ chuyển động không gian hai chiều (x, y theo thời gian t).Dữ liệu có thể là đầu ra từ thực nghiệm hoặc mô phỏng.

Sau khi nhập dữ liệu, chương trình áp dụng phương pháp nội suy spline bậc ba để tính toán và vẽ đường cong biểu diễn chuyển động mượt mà của robot. Việc sử dụng nội suy spline giúp khắc phục tình trạng chuyển động bị giật cục giữa các điểm đo, từ đó hỗ trợ phân tích và mô phỏng chính xác hơn quá trình di chuyển thực tế.

Để dễ minh họa, trong ví dụ dưới đây chỉ sử dụng một vài điểm tiêu biểu, tuy nhiên trong thực tế, hệ thống đã thu thập rất nhiều điểm và chia nhỏ theo thời gian nhằm đảm bảo độ chính xác cao trong nội suy và mô phỏng.

Người dùng có thể:

* Nhập dữ liệu bằng tay hoặc từ file:

|  |  |
| --- | --- |
| Data spline: (t,x,y) | Query point: |
| 0.0,0.0,0.0 | 0.00 |
| 1.0,1.0,2.0 | 0.04 |
| 2.0,3.0,3.5 | 0.08 |
| 3.0,6.0,2.0 | 0.12 |
| 4.0,9.0,0.0 | 0.16 |
|  | ... |
|  | 3.92 |
|  | 3.96 |
|  | 4.00 |

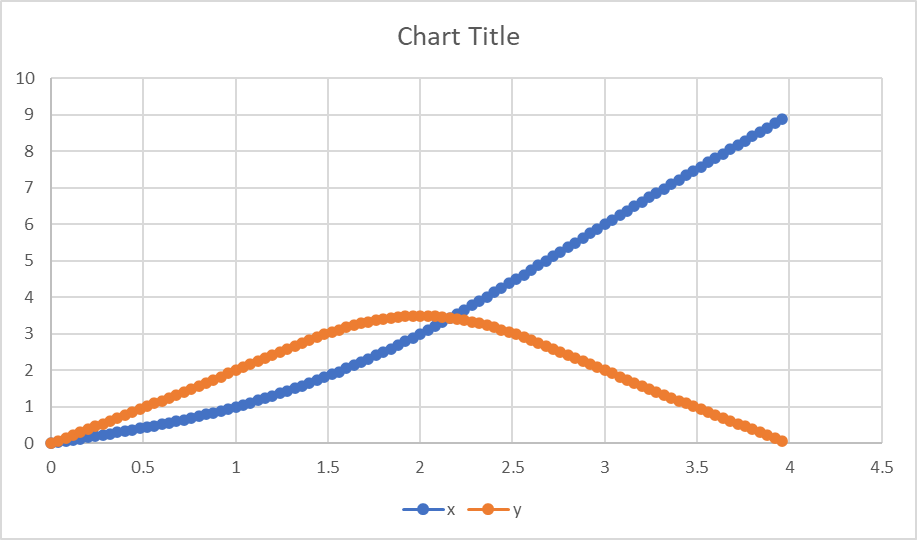
* Xem biểu đồ quỹ đạo di chuyển của robot sau khi nội suy spline

1. Kết quả:

Output:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 0.00 | 0.0000 | 0.0000 |
| 0.04 | 0.0322 | 0.0771 |
| 0.08 | 0.0644 | 0.1543 |
| 0.12 | 0.0968 | 0.2316 |
| 0.16 | 0.1294 | 0.3089 |
| ... | ... | ... |
| 3.84 | 8.5284 | 0.3089 |
| 3.88 | 8.6463 | 0.2316 |
| 3.92 | 8.7643 | 0.1543 |
| 3.96 | 8.8821 | 0.0771 |

Hình ảnh vẽ trên excel:



Hình 3.2

1. Nhận xét:

**Phương pháp nội suy spline bậc ba** đã được áp dụng thành công để tái hiện và làm mượt chuyển động của robot trong một đoạn hành trình từ thời điểm t = 0.0s đến t = 3.96s. Quỹ đạo chuyển động được mô phỏng cho thấy sự thay đổi vị trí trong không gian theo thời gian diễn ra **liên tục, mượt mà và chính xác**, phù hợp với đặc điểm chuyển động vật lý thực tế trong lĩnh vực robot học.

**Đường cong spline** giúp làm nổi bật các giai đoạn thay đổi rõ rệt trong hành trình của robot:

|  |  |
| --- | --- |
| Giai đoạn thời gian | Mô tả xu hướng chuyển động |
| 0.0s → 2.0s | Robot tiến về phía trước và **di chuyển lên cao**, tọa độ x và y đều tăng liên tục. Tại t = 2.0s, robot đạt độ cao cực đại y = 3.5 – đây là điểm cao nhất trong hành trình. |
| 2.0s → 3.96s | Robot tiếp tục tiến về trước **đồng thời hạ dần độ cao**, y giảm trong khi x vẫn tăng – thể hiện chuyển động hạ xuống mềm mại. Kết thúc tại vị trí gần sát trục hoành (y ≈ 0). |

Nhờ tính chất trơn, liên tục và ổn định của spline bậc ba, các điểm tọa độ trung gian giữa các thời điểm đo thực tế có thể được nội suy chính xác, hỗ trợ quá trình lập trình điều khiển robot mượt hơn, giảm rung giật, đặc biệt hữu ích trong các tác vụ yêu cầu độ chính xác cao.

Tuy nhiên, cũng như mọi phương pháp nội suy, spline bậc ba chỉ có hiệu quả trong phạm vi dữ liệu đã thu thập – do đó, nếu robot có chuyển động đột ngột, va chạm hoặc thay đổi môi trường bất thường (như trượt, va chạm vật thể lạ), thì phương pháp này không thể dự đoán chính xác.

Tổng kết lại, việc áp dụng spline bậc ba vào mô phỏng chuyển động robot cho phép:

* Làm mượt quỹ đạo chuyển động, tránh rung giật khi robot thay đổi hướng hoặc độ cao.
* Dự đoán chính xác vị trí robot tại các thời điểm không đo trực tiếp, phục vụ cho các thuật toán điều khiển hoặc mô phỏng vật lý.
* Trực quan hóa chuyển động robot một cách dễ hiểu và sát với thực tế, tạo điều kiện thuận lợi trong việc thiết kế hệ thống điều khiển, mô phỏng ảo hoặc các ứng dụng robot công nghiệp, robot dịch vụ và giáo dục.

### Nhận xét đánh giá kết quả

Qua kết quả thực nghiệm, tác giả có những nhận xét và đánh giá tổng quát như sau:

* **Về dự báo nhiệt độ (ứng dụng nội suy spline trong thời tiết):**
  + Phương pháp spline bậc ba cho phép làm mượt dữ liệu nhiệt độ theo thời gian, giúp biểu diễn xu hướng biến đổi nhiệt độ trong ngày một cách trực quan, liên tục và chính xác.
  + Dữ liệu nội suy bám sát thực tế, thể hiện rõ các giai đoạn tăng – giảm của nhiệt độ, hỗ trợ hiệu quả trong việc xây dựng các hệ thống theo dõi môi trường hoặc hiển thị trên giao diện người dùng.
* **Về chuyển động robot (ứng dụng spline cho quỹ đạo di chuyển):**
  + Spline bậc ba đã cho thấy khả năng mô phỏng quỹ đạo chuyển động của robot rất mượt mà, liên tục và có thể kiểm soát tốt tại các thời điểm không đo trực tiếp.
  + Việc chia nhỏ dữ liệu và sử dụng nội suy giúp mô hình hoạt động ổn định, tránh hiện tượng giật cục hoặc di chuyển không chính xác khi robot thay đổi độ cao hoặc hướng đi.
  + Phương pháp này đặc biệt hữu ích trong các ứng dụng mô phỏng vật lý, lập trình điều khiển hoặc robot thực nghiệm trong phòng lab.
* **Thống kê kết quả:**
  + Các kết quả được minh họa bằng bảng số liệu, đồ thị biểu diễn theo thời gian và các giai đoạn chuyển động.
  + Đường cong nội suy spline cho thấy sự nhất quán giữa lý thuyết và thực tiễn mô phỏng, đảm bảo tính khả thi của việc áp dụng vào các hệ thống thực tế như dự báo môi trường hoặc robot tự hành.

## Kết chương

Trong chương này, tác giả đã trình bày quá trình thực nghiệm áp dụng phương pháp nội suy spline bậc ba vào hai lĩnh vực cụ thể:

* Thứ nhất, mô phỏng xu hướng biến đổi nhiệt độ theo thời gian trong ngày, giúp trực quan hóa dữ liệu môi trường với độ chính xác cao và dễ dàng phân tích nhờ đồ thị mượt mà.
* Thứ hai, mô phỏng chuyển động của robot theo quỹ đạo được nội suy từ các điểm đo thực tế. Việc làm mượt dữ liệu không chỉ giúp quá trình điều khiển trở nên chính xác hơn mà còn cải thiện khả năng dự đoán vị trí tại các thời điểm trung gian.

Nhờ sự linh hoạt, tính liên tục và độ chính xác của spline bậc ba, phương pháp này chứng minh được tính ứng dụng cao trong các bài toán mô phỏng, điều khiển và dự đoán. Các kết quả thu được là cơ sở quan trọng để triển khai trong thực tiễn, đặc biệt trong các hệ thống theo dõi môi trường hoặc điều khiển robot trong các bài toán thực tế.

KẾT LUẬN VÀ HƯỚNG PHÁT TRIỂN

1. KẾT QUẢ ĐẠT ĐƯỢC

Trong thời gian thực hiện đồ án, nhóm đã nghiên cứu lý thuyết và triển khai thành công một ứng dụng thực tiễn về nội suy spline bậc ba. Kết quả đạt được thể hiện qua các khía cạnh sau:

1. Về mặt lý thuyết:

* Hệ thống hóa đầy đủ các loại spline phổ biến: tuyến tính, bậc hai, bậc ba, B-spline, NURBS… với đặc điểm, ứng dụng và cách phân loại cụ thể.
* Trình bày chi tiết phương pháp nội suy spline bậc ba, bao gồm: điều kiện áp dụng, cách xây dựng hệ phương trình ba đường chéo và quy trình giải thuật Thomas.
* Làm rõ điều kiện liên tục đạo hàm bậc nhất và bậc hai, điều kiện biên (natural, clamped, not-a-knot) – là cơ sở quan trọng trong mô hình hóa dữ liệu mượt mà.

1. Về mặt thực tiễn ứng dụng:

* Xây dựng chương trình nội suy spline bậc ba bằng ngôn ngữ lập trình C, xử lý được dữ liệu đầu vào và đầu ra ở định dạng .csv, thuận tiện tích hợp với các công cụ đồ thị như Excel hoặc Python.
* Áp dụng thành công chương trình để:
* Nội suy và mô phỏng nhiệt độ thời tiết theo thời gian, giúp dự đoán nhiệt độ tại các thời điểm chưa đo.
* Mô phỏng chuyển động robot trong không gian, đảm bảo quỹ đạo chuyển động mượt mà và chính xác.

1. Các kết quả đóng góp chính:

* Xây dựng thuật toán giải hệ ba đường chéo hiệu quả bằng phương pháp Thomas, tối ưu cho việc xử lý số lượng lớn điểm dữ liệu.
* Phát triển chương trình nội suy spline bậc ba hoàn chỉnh, bao gồm nhập dữ liệu, xử lý, nội suy và xuất kết quả – có khả năng ứng dụng trong thực tế.
* Mô phỏng và đánh giá kết quả trên dữ liệu thực tế, chứng minh được tính hiệu quả và ứng dụng đa dạng của spline bậc ba trong cả khoa học môi trường và điều khiển robot.

1. Những tồn tại:

* Chương trình hiện tại chỉ hỗ trợ điều kiện biên tự nhiên, chưa linh hoạt cho các loại spline khác như clamped hoặc not-a-knot.
* Chưa tích hợp giao diện người dùng đồ họa (GUI), gây khó khăn cho người dùng không quen thao tác với tệp văn bản.
* Chưa có kiểm thử toàn diện với dữ liệu lớn hoặc môi trường thời gian thực, do giới hạn về thời gian và nguồn lực.

2. KIẾN NGHỊ VÀ HƯỚNG PHÁT TRIỂN

Để hoàn thiện và nâng cao hiệu quả của đề tài, nhóm đề xuất các hướng phát triển sau:

* Bổ sung các loại điều kiện biên khác nhau (clamped, not-a-knot) để người dùng lựa chọn linh hoạt theo nhu cầu.
* Phát triển giao diện đồ họa (GUI) giúp người dùng dễ dàng tương tác, nhập dữ liệu và quan sát kết quả nội suy qua đồ thị trực quan.
* Tích hợp thư viện vẽ biểu đồ tự động (như Gnuplot, matplotlib hoặc d3.js) để trực quan hóa kết quả ngay trong chương trình.
* Mở rộng hệ thống để đánh giá hiệu năng trên các nền tảng khác nhau như Windows, Linux hoặc ứng dụng nhúng trong thiết bị IoT.
* Thử nghiệm nội suy với dữ liệu thời gian thực, ví dụ cảm biến nhiệt độ hoặc định vị GPS trên robot, nhằm đánh giá tính ổn định và hiệu quả khi triển khai thực tế.
* Tăng cường kiểm thử và xử lý ngoại lệ: Kiểm soát sai số, kiểm tra tính hợp lệ của dữ liệu đầu vào, đảm bảo hệ phương trình không suy biến.
* Bổ sung các giải pháp bảo mật nếu tích hợp hệ thống vào môi trường mạng hoặc điều khiển từ xa.

Phần kết luận và kiến nghị trên giúp định hướng rõ ràng cho việc phát triển đề tài từ mô hình lý thuyết sang ứng dụng thực tiễn quy mô lớn, đồng thời tạo nền tảng tốt cho các nghiên cứu tiếp theo hoặc tích hợp vào các hệ thống phức tạp hơn như mô phỏng 3D, hệ thống điều khiển tự động hoặc phân tích dữ liệu thời gian thực.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

Tiếng Việt

1. Nguyễn Đức Nghĩa (2008), *Giải tích số*, Nhà xuất bản Đại học Quốc gia TP.HCM.

Trình bày chi tiết các phương pháp nội suy, bao gồm spline bậc ba và spline tự nhiên.

1. Nguyễn Thị Lan Hương (2007), *Cơ sở toán học trong đồ họa máy tính*, NXB Đại học Quốc gia Hà Nội.

Giải thích ứng dụng spline trong thiết kế và mô hình hóa đồ họa.

1. **Trần Văn Nhân (2005)**, Phương pháp số trong kỹ thuật, NXB Khoa học và Kỹ thuật.

Có chương chuyên sâu về spline bậc ba và thuật toán giải hệ tuyến tính.

Tiếng Anh

1. Burden, R. L., & Faires, J. D. (2010), *Numerical Analysis*, 9th Edition, Brooks/Cole Cengage Learning.

Đây là giáo trình kinh điển, trong đó chương "Spline Interpolation" rất chi tiết và có bài tập thực hành.

1. **Quarteroni, A., Sacco, R., & Saleri, F. (2007)**, Numerical Mathematics, Springer.

Bao gồm spline, đặc biệt là các spline tự nhiên và clamped spline, cùng với các ứng dụng trong kỹ thuật.

1. **de Boor, Carl (2001)**, A Practical Guide to Splines, Springer.

Tài liệu chuyên sâu hàng đầu về spline, đặc biệt là B-spline và ứng dụng thực tế.

Internet

1. https://www.geeksforgeeks.org/cubic-spline-interpolation/
2. http://paulbourke.net/miscellaneous/interpolation/

PHỤ LỤC

Phụ lục dưới đây cung cấp các nội dung bổ trợ giúp minh họa và làm rõ quá trình triển khai nội suy spline bậc ba, bao gồm mã nguồn chính, một số đoạn chương trình tiêu biểu và dữ liệu minh họa đầu vào/đầu ra.

1. Nội dung mã nguồn 01 – Hàm giải hệ ba đường chéo (Thomas Algorithm)

void giai\_he\_tam\_duong\_cheo(int n, double \*a, double \*b, double \*c, double \*d, double \*x) {  
 for (int i = 1; i < n; i++) {  
 double m = a[i] / b[i - 1];  
 b[i] -= m \* c[i - 1];  
 d[i] -= m \* d[i - 1];  
 }  
 x[n - 1] = d[n - 1] / b[n - 1];  
 for (int i = n - 2; i >= 0; i--) {  
 x[i] = (d[i] - c[i] \* x[i + 1]) / b[i];  
 }  
}

2. Nội dung mã nguồn 02 – Hàm tính nội suy tại một điểm bất kỳ

double noi\_suy(double xq, int n, double \*x, double \*y, double \*b, double \*c, double \*d) {  
 int i;  
 for (i = 0; i < n - 1; i++) {  
 if (xq >= x[i] && xq <= x[i + 1]) break;  
 }  
 if (i == n - 1) i--;  
 double dx = xq - x[i];  
 return y[i] + b[i] \* dx + c[i] \* dx \* dx + d[i] \* dx \* dx \* dx;  
}

3. Một phần dữ liệu đầu vào sử dụng (spline\_data.csv)

10

0.0,22.5

1.0,23.0

2.0,23.8

3.0,24.1

4.0,25.0

5.0,24.8

6.0,24.0

7.0,23.5

8.0,23.0

9.0,22.7

4. Điểm nội suy (query\_points.csv):

100

0.00

0.09

0.18

0.27

0.36

...

8.64

8.73

8.82

8.91

9.00

5. Kết quả đầu ra sau khi nội suy (output.csv)

xq,yq

0.5,22.75

1.5,23.40

2.5,23.96

3.5,24.56

4.5,24.92

5.5,24.40

6.5,23.73

7.5,23.20

8.5,22.84